Année scolaire
2019-2020

Spécialité mathématiques - 1ère

TRAVAIL DE MAISON – 2 mars 2020

Il est demandé aux élèves de profiter de ces travaux de maison pour s'exercer à l'autonomie dans l'apprentissage et de ne pas oublier de noter les parties non comprises (après lecture approfondie du corrigé) afin de demander des explications au professeur dès la fin du congé forcé.

CORRIGÉ

Corrigé des exercices nos 37 à 48 du chapitre 9

(Pages 257-258)

(Préparés et non encore corrigés en 1ère B)

37 **a.**

	$\overline{A}$	A	
B	0,19	0,22	0,41
$\overline{\mathbf{B}}$	0,09	0,5	0,59
	0,28	0,72	1

b. $P_A(B) = \frac{0{,}22}{0{,}72} = \frac{11}{36}$. $P_B(A) = \frac{22}{41}$.

38 **a.** $P_{\overline{M}}(\overline{T}) = \frac{9\,504}{9\,564} \approx 0{,}9\,937$ est la spécificité clinique.

b. $P_{\overline{T}}(\overline{M}) = \frac{9\,504}{9\,600} = 0{,}99$ est la VPN.

c. Dans la capacité 7, on a trouvé $P_M(T) \approx 0{,}78$ et $P_T(M) = 0{,}85$. Ces valeurs sont différentes.

39 **b.**

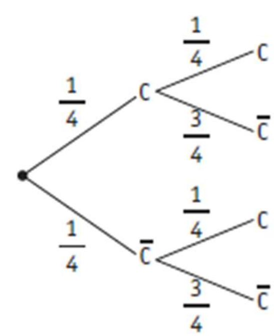
40 **c.**

41 **a.** $P(A) = \frac{2}{3}$. **b.** $P(\overline{A} \text{ et } \overline{A}) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

c. $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$.

42 La probabilité est $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$.

43



44

	R	V	
R	9/25	6/25	3/5
V	6/25	4/25	2/5
	3/5	2/5	1

45 On trouve la probabilité que la deuxième boule tirée soit rouge ainsi : $\frac{5}{12} \times \frac{4}{11} + \frac{3}{12} \times \frac{4}{11} + \frac{4}{12} \times \frac{3}{11} = \frac{1}{3}$.

46 **a.** $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

2. La probabilité que A soit réalisé au moins une fois est $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$.

47 **d.**

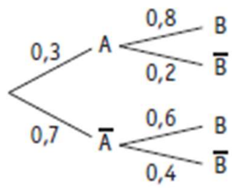
48 **c.**

77

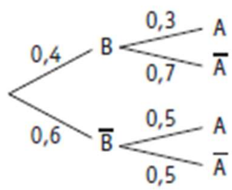
	A	$\bar{A}$	Total
B	0,25	0,15	0,4
$\bar{B}$	0,05	0,55	0,6
Total	0,3	0,7	1

80 Données incorrectes…

81



82



83

	A	$\bar{A}$	
B	0,2	0,3	0,5
$\bar{B}$	0,4	0,1	0,5
	0,6	0,4	1

84

	A	$\bar{A}$	
B	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$
$\bar{B}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	1

85 **a.** $P(A\cap B)=0{,}3\times 0{,}6=0{,}18$.
$P(A\cap \bar{B})=0{,}12$. $P(\bar{A}\cap B)=0{,}14$, $P(\bar{A}\cap \bar{B})=0{,}56$.

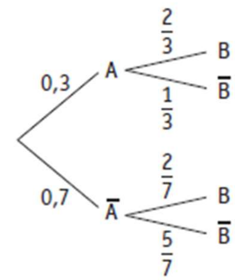
b.

	A	$P(C)=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}$	Total
B	0,18	0,14	0,32
×	0,12	0,56	0,68
Total	0,3	0,7	1

86 **a.**

	A	$\bar{A}$	Total
B	0,2	0,2	0,4
$\bar{B}$	0,1	0,5	0,6
Total	0,3	0,7	1

b.



92 $P(A\cap B)=P(A)P(B)$, donc ils sont indépendants.

93 $P_B(A)=P(A)$, donc ils sont indépendants.

94 $\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=0{,}7$ donc $P(A)=\frac{5}{7}$.
$B_1=\times$ donc $P(B\cap\bar{A})=0{,}8\times\frac{2}{7}$.
On a $P(B)=P(B\cap A)+P(B\cap\bar{A})=\frac{5{,}1}{7}$.
Donc $P_A(B)\neq P(B)$, A et B ne sont pas indépendants.

95 $P(B)=\frac{0{,}12}{0{,}3}=0{,}4$.

96 $P(A\cap B)=0{,}0005$.

97 $P(A)=0{,}57$ donc $0{,}57\times P(B)=0{,}03$.
$P(B)=\frac{3}{57}=\frac{1}{19}$.

99

	A	$\bar{A}$	Total
B	0,56	0,24	0,8
$\bar{B}$	0,14	0,06	0,2
Total	0,7	0,3	1

100 **a.**

	D	$\bar{D}$	Total
C	1	7	8
$\bar{C}$	3	21	24
Total	4	28	32

b. $P(C)=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}$. $P(D)=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$.

c. $P(C\cap D)=\frac{1}{32}$.
$\frac{1}{4}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{32}$, C et D sont indépendants.

101 **1. a.** $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$, donc $0{,}3 + 0{,}25 \times P(B) = 0{,}25 + P(B)$, ainsi $P(B) = \frac{1}{15}$.

b. $P(B) = 0{,}3 - 0{,}25 = 0{,}05$.

2. a. $P_A(B) = P(B) = \frac{1}{15}$. $P_B(A) = P(A) = 0{,}25$.

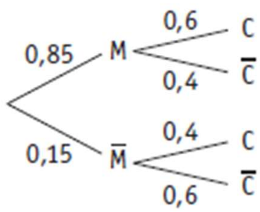
b. $P_A(B) = P_B(A) = 0$.

2. a. $P(M \cap C) = 0{,}85 \times 0{,}6 = 0{,}51$.

b. $P(\overline{M} \cap \overline{C}) = 0{,}15 \times 0{,}6 = 0{,}09$.

<u>Corrigé des exercices n^os^ 102, 105, 109, 111, 112, 125, 126, 127, 128, 130, 131 et 135 du chap.9</u>
(Pages 263 à 270)

102 **1.**



105 **a.** $P(F) = \frac{756}{1400} = 0{,}54$. **b.** $P_U(F) = \frac{252}{336} = 0{,}75$.

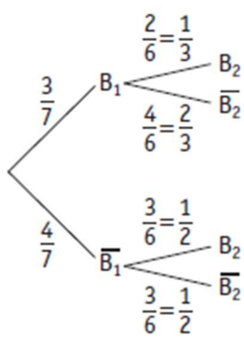
c. $P_G(U) = \frac{84}{644} \approx 0{,}13$.

109 **1.** Avec remise.

a. $P(B_1) = P(B_2) = \frac{3}{7}$. **b.** $P(B_1 \cap B_2) = \frac{9}{49}$.

2. Sans remise.

a. $P(B_1) = \frac{3}{7}$. **b.**



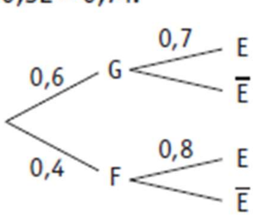
$P(B_2) = \frac{3}{7} \times \frac{1}{3} + \frac{4}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{7}$.

A priori, oui, car on se dit que, le tirage étant sans remise, $P(B_2)$ pourrait être différent de $P(B_1)$, mais $P(B_2)$ n'est pas une probabilité conditionnelle. Il n'y a pas plus de chance d'avoir une bleue au premier tirage qu'au second tirage.

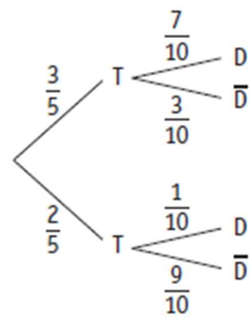
c. Non car B_1 et B_2 ne sont pas indépendants ici.

111 **a.** $P(G \text{ et } E) = 0{,}42$. **b.** $P(F \text{ et } E) = 0{,}32$.

c. $P(E) = 0{,}42 + 0{,}32 = 0{,}74$.



112 **1.**

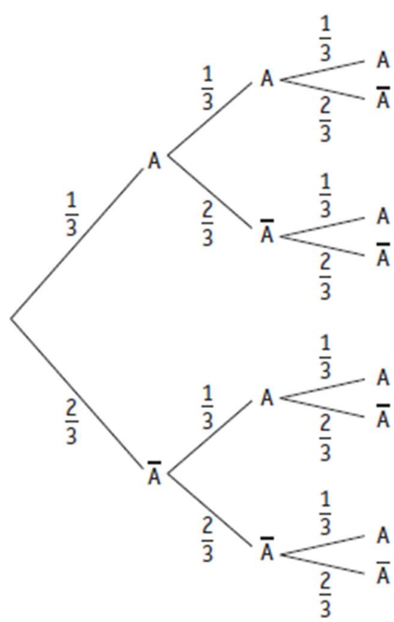


2. a. $P(T \text{ et } D) = \frac{21}{50}$. **b.** $P(D) = \frac{21}{50} + \frac{2}{50} = \frac{23}{50}$.

c. $P(\overline{T} \text{ et } \overline{D}) = \frac{1}{25}$.

3. $P_D(T) = \frac{P(T \cap D)}{P(D)} = \frac{21}{23}$.

125 **a.**

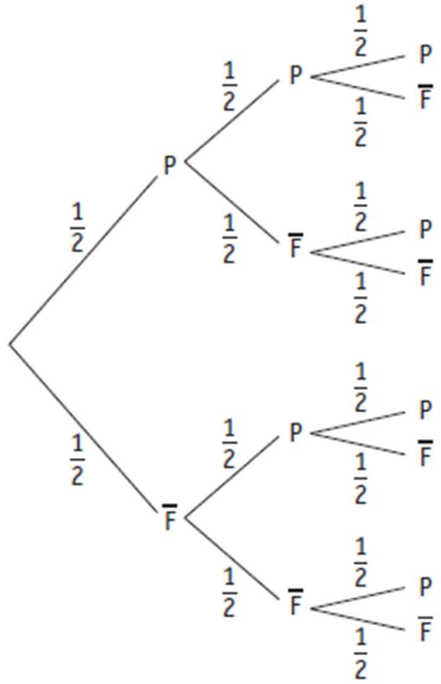


b. On obtient un multiple de 3 si et seulement si un au moins des chiffres apparus est un multiple de 3.

c. On utilise l'événement contraire qui a pour probabilité $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$. La probabilité que M soit un multiple de 3 est $1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$.

126 **a.** Le nombre de « PILE » est 0, 1, 2 ou 3.

b.



c. On obtient deux « PILE » exactement pour trois chemins de l'arbre ci-dessus. La probabilité d'avoir deux « PILE » est $3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{3}{8}$.

127 **a.** Tableau des gains :

dé 2 \ dé 1	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	–1	0	1	1
3	–1	–1	0	1
4	–1	–1	–1	0

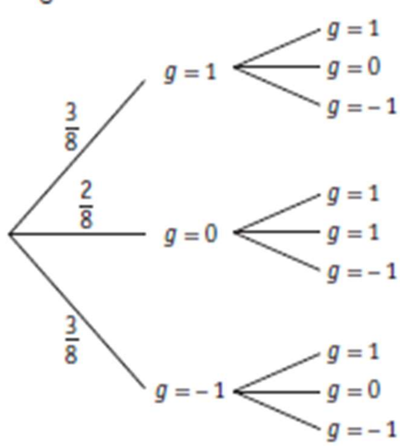
Il y a 16 possibilités équiprobables.

Donc $P(g=1)=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$.

$P(g=0)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$.

$P(g=-1)=\frac{3}{8}$.

b.



b. $P(X=k)=\left(\frac{1}{2}\right)^k$. On a obtenu $(k-1)$ fois « FACE » et une fois « PILE » avec la probabilité $\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}\times\frac{1}{2}$.

c. On sait que la somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1. On écrit ici la somme des probabilités des issues correspondant à $X=1$, $X=2$, … $X=k$.

On a :

$P(X=1)+P(X=2)+\ldots+P(X=k)<P(X=1)+P(X=2)+\ldots+P(X=k)+P(X=k+1)\leqslant 1$.

On en déduit que $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^k}<1$.

128 **a.** 1 est la plus petite valeur possible de X. On obtient « PILE » au premier lancer.

b. $P(X=k)=\left(\frac{1}{2}\right)^k$. On a obtenu $(k-1)$ fois « FACE » et une fois « PILE » avec la probabilité $\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}\times\frac{1}{2}$.

c. On sait que la somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1. On écrit ici la somme des probabilités des issues correspondant à $X=1$, $X=2$, … $X=k$.

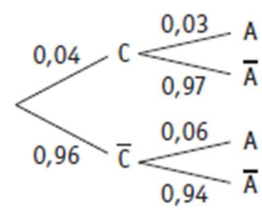
On a :

$P(X=1)+P(X=2)+\ldots+P(X=k)<P(X=1)+P(X=2)+\ldots+P(X=k)+P(X=k+1)\leqslant 1$.

On en déduit que $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^k}<1$.

130 **1. a.** $P_{\overline{C}}(\overline{A})=0{,}94$; $P_C(A)=0{,}03$; $P(C)=0{,}04$.

b.

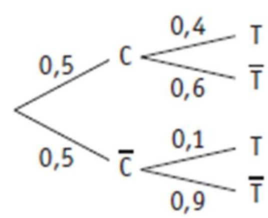


2. a. $P(C\cap A)=0{,}04\times 0{,}03=0{,}0012$.

b. $P(A\cap\overline{C})=0{,}96\times 0{,}06=0{,}0576$.

131 **1.** $P(C)=0{,}5$; $P_{\overline{C}}(T)=0{,}1$ et $P_C(T)=0{,}4$.

a.



b. $P(C\cap T)=0{,}5\times 0{,}4=0{,}2$.

c. $P(T)=0{,}5\times 0{,}4+0{,}5\times 0{,}1$

$P(T)=0{,}20+0{,}05=0{,}25$.

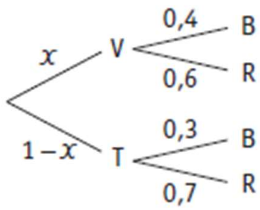
d. $P_T(C)=\frac{0{,}2}{0{,}25}=0{,}8$.

e. $P(C).P(T)=0{,}5\times 0{,}25=0{,}125$.

Donc $P(C).P(T)\neq P(C\cap T)$.

C et T ne sont pas indépendants.

135 Utilisons un arbre pondéré avec $x = P(V)$



$P(B) = 0{,}4x + 0{,}3(1-x) = 0{,}3 + 0{,}1x$.

$P(B \cap T) = 0{,}3(1-x)$.

On sait que $P_B(T) = 0{,}2$.

Donc $0{,}2(0{,}3 + 0{,}1x) = 0{,}3(1-x)$.

Donc $x = \dfrac{3}{4}$.

<u>Corrigé de l'exercice n° 123 du chap.9</u>

(Page 267)

<u>Approximation de π avec la méthode de Monte-Carlo</u>

123 **Partie A**

1. L'aire du quart de disque OAC est $\dfrac{\pi}{4}$ et l'aire du carré OABC est 1.

Donc $\dfrac{n}{N}$ est une approximation du quotient $\dfrac{\pi}{4}$.

Ainsi $4 \times \dfrac{n}{N}$ est une approximation de π.

2. M est dans le quart de disque si sa distance à O est inférieure à 1 ; c'est-à-dire si $OM < 1$, ce qui équivaut à $OM^2 < 1$, puis à $x^2 + y^2 < 1$.

Partie B Avec Python

1. Ligne 1 : l'utilisateur choisit le nombre de points qui seront placés au hasard dans le carré OABC.

Lignes 4, 5 et 6 : on génère N points au hasard dans le carré OABC.

Ligne 7 : on teste s'ils sont dans le quart de disque.

On calcule ainsi le nombre n.

On affiche enfin $4 \times \dfrac{n}{N}$ qui est une approximation de π d'après la partie A.

2. Exemples de valeurs en sortie :

$N = 10\,000$, *pi* $\approx 3{,}1204$.

$N = 100\,000$, $\pi \approx 3{,}14428$.

Partie C Avec un tableur

1. b. On a vu ce test dans la partie B.

Le couple (ALEA();ALEA()) est le couple des coordonnées d'un point M à l'intérieur du carré OABC.

On peut interpréter l'instruction dans la cellule A1 ainsi :

elle permet de savoir si le point M est dans le quart de disque OAC.

La fonction SI renvoie 1 si la condition est remplie.

c. Il y a 10 colonnes de A à J. Sur 1 000 lignes, on obtient 10 000 cellules.

d. Sur cette plage de 10 000 cellules, on comptabilise le nombre de « 1 » pour obtenir le n de la partie B.

L3 contient $\dfrac{n}{N}$ avec $N = 10\,000$ et L5 contient $4 \times \dfrac{n}{N}$.

2. Les valeurs affichées sont des approximations de π.

================================