



collège
MELKART
soyons à l'écoute

DEVOIRS DE VACANCES ÉTÉ 2023

4^{ème} vers 3^{ème}
Mathématiques



Les devoirs de vacances proposés sont obligatoires pour certains élèves et conseillés pour tous les autres, afin de consolider les acquis du travail effectué depuis le début de l'année.

Pour les élèves dont les devoirs sont obligatoires, il est impératif de les travailler sérieusement et les rendre complets, pour ne pas compromettre la prochaine année scolaire et faciliter l'adaptation à la classe supérieure.

Bonnes vacances à tous.

1- Effectuer :

- * $7,2 - 0,4 - 3,2 - 5,5$
- * $72 - 4 \cdot (19 - 8) - 53$
- * $[(-3)^2]^3 \cdot (-3)$
- * $-7,4 - [5,4 - (3,2 - 8,7) + (5,4 - 3)] + [8,9 + (5,4 - 7)]$
- * $202,3 - 175,8 - 37,41$
- * $57 - (7 - 13) \cdot (42 - 25)$
- * $64 \cdot (2^3)^2 \cdot 8$
- * $(11,8 - 32,4) \cdot 7$
- * $5^2 \cdot (-5)^4 \cdot (5^3)^2$
- * $(-2,3 \cdot 7 - 0,3 - 0,4) \cdot (-100)$

2- Un objet coûte 200 €. Il subit une hausse de 20%, suivie d'une baisse de 30%.

Calculer son prix final, ainsi que le pourcentage de baisse par rapport au prix initial.

3- Claire dépense chaque jour la moitié de ce qu'elle a, plus 2 000 LL. Au bout de 2 jours, elle n'a plus rien. Quelle somme avait-elle ?

4- Développer et réduire :

- * $A = 3(6a - b) - 4(3a + 5b) - 7(a - b)$
- * $C = 4x(x - 7) + 5x(4 - 2x)(x + 1)$
- * $E = (x + 3)(x + 2) + (x - 1)^2 - 3(x - 2)(3x + 1)$
- * $B = 3(x - 5)(3x - 7) - (-x - 5)(-x + 3)$
- * $D = 2(x - 3)^2 - 4(x + 1)^2 - (x - 1)(x + 2)^2$

5- Résoudre les inéquations suivantes :

- a) $2x < -6$
- b) $\frac{1}{2} - x \geq 2 + \frac{x}{3}$
- c) $\frac{x}{3} - 1 < 4$
- d) $1 + x > x$
- e) $\frac{4x+1}{8} \geq \frac{2x-1}{3}$
- f) $5(x - 1) + 3x \leq 4(x - \frac{2}{3})$
- g) $\frac{x-4}{3} - \frac{3-x}{4} \leq 2(x - 1) + \frac{x-1}{3}$
- h) $3x - (x - 1) \leq \frac{1}{3}(6x + 5)$
- i) $5(x - 2) + 3(\frac{x-1}{4}) > -2x + \frac{7}{2}$
- j) $\frac{x+2}{-2} < 2 - \frac{x}{2}$

6- On donne le nombre $r = \frac{105}{273}$.

- a) Ecrire r sous forme irréductible.
- b) Trouver une écriture de r dont le numérateur est (-85).
- c) Trouver une écriture de r dont le dénominateur est 247.

7- Page 156, n° 66 :

Déterminer une vitesse moyenne

Un cycliste part de chez lui à la vitesse moyenne de 15 km/h pendant 27 km pour monter au col de Serre. Il fait ensuite demi-tour pour redescendre chez lui à la vitesse de 45 km/h.



Calculer sa vitesse moyenne sur la totalité de son aller-retour.

Conseil

Calcule les durées de la montée et de la descente.

9- Page 127, n° 22 :

Le bulletin météorologique du jour prévoit que, de 12 h à 18 h, les probabilités de pluie sont de 30 %. Laquelle des affirmations suivantes est la meilleure interprétation de ce bulletin ?

- A. Il va pleuvoir pendant 30 % des 6 heures.
- B. Il va pleuvoir sur 30 % de la zone concernée.
- C. Si la même prévision était faite pour 100 jours, il pleuvrait à peu près 30 jours sur 100.

8- Page 156, n° 68 :

Comprendre une situation

L'image montre les traces de pas d'un homme en train de marcher dans la neige. La longueur de pas P est la distance entre l'arrière de deux traces de pas consécutives.



Pour les hommes, la formule $\frac{n}{P} = 140$ donne un rapport approximatif entre n et P avec n, nombre de pas par min et P, longueur de ce pas en m.

Tristan sait que la longueur de son pas est de 0,80 m. La formule s'applique à sa façon de marcher. Calculer la vitesse à laquelle marche Tristan en m/min, puis en km/h.

Conseil

Ne cherche pas à calculer la vitesse en une étape, pense d'abord à utiliser la formule.

10- Page 119, n° 68 : **Vérifier des affirmations**

Voici les résultats d'une enquête de la Prévention Routière réalisée auprès de jeunes Français de 18 à 24 ans en juillet 2012.



Voici la conclusion de cette enquête :

Enquête

- Un permis de conduire que les jeunes obtiennent en moyenne à l'âge de 19 ans.
- Près de 3 sur 4 l'ont obtenu avant l'âge de 20 ans.



Vérifier si ces affirmations sont exactes.

11- Page 120, n° 70 : **Communiquer en anglais**

In a survey, Wendy asked forty of her friends how many foreign countries they had visited. Here are her results.

Number of countries	Number of friends (n)	Mid-Interval value (m)	$n \times m$
0 to 2	3	1	
3 to 5	6	4	
6 to 8	10		
9 to 11	15		
12 to 14	5		
15 to 17	1		

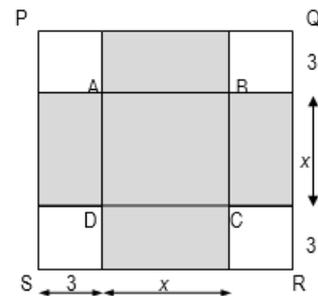
- Copy out and complete the table.
- Work out an estimate for the mean number of countries visited by the 40 people.

12- ABC est un triangle isocèle en A. La parallèle à (AB) menée par C et la parallèle à (AC) menée de B se coupent au point D. Démontrer que ACDB est un losange

13- [Ox), [Oy) et [Oz) sont trois demi-droites de supports distincts qui coupent un cercle $\Gamma(O; r)$ en A, B et C respectivement. Démontrer que les médiatrices de [AB], [BC] et [AC] passent par O.

14- On considère la figure ci-contre :

- Exprimer l'aire de la surface hachurée, en fonction de x.
- Si l'aire de cette partie était égale à 133, quelles seraient alors :
 - L'aire du carré PQRS ?
 - La longueur du côté du carré PQRS ?
 - La longueur du côté du carré ABCD ?



15- On donne deux cercles (C_1) et (C_2) de centres respectifs O_1 et O_2 , sécants en A et B. Soit M_1 le point de (C_1) diamétralement opposé à A et M_2 le point de (C_2) diamétralement opposé à A.

- Montrer que M_1, B et M_2 sont alignés.
- Montrer que $M_1M_2 = 2 O_1O_2$.

16- ABEC est un losange de centre M, de côté 4 cm. La diagonale [BC] mesure 4cm. Construire ce losange.

- F est le milieu de [AC]. Démontrer que $(BF) \perp (AC)$.
- D est le symétrique de C par rapport à B. Démontrer que $(DA) \parallel (BF)$.

17- Construire un demi-cercle de centre O et de diamètre [AB] tel que $AB=6\text{cm}$.

- Placer sur ce demi-cercle le point C tel que $AC=3\text{cm}$. Quelle est la nature du triangle ACO ?
- Quelle est la nature du triangle ABC ? Quelles sont les mesures des angles de ce triangle ?

18- ABC est un triangle. La parallèle menée de C à (AB) coupe les médianes (AI) et (BJ) en D et E respectivement. Montrer que $DC = CE = 2 IJ$; puis en déduire que $DE = 4 IJ$. Préciser la nature du quadrilatère ABCE.

19- (BH) et (CK) sont les hauteurs relatives aux côtés [AC] et [AB] d'un triangle ABC. M étant le milieu de [BC], montrer que le triangle MHK est isocèle.

20- (C) et (C') sont deux cercles concentriques de centre O, de rayons 3cm et 4cm respectivement. Calculer le périmètre et l'aire de la couronne comprise entre ces deux cercles (arrondir au dixième).

21- Réduire les sommes suivantes :

- * $S = 3a + (8a - b) - (4a - c) + 2c$
- * $T = 3a(b - 2) + 2b(a - 2) - 5a(b - 4) + 3b(2 - a)$
- * $U = (6+b-c) - [5 - (a - b) + c] + (3a - b + 2c)$
- * $V = (2a^2 - 7) - [(a^3 - 3a + 2) + (a^2 - 2a)] + 5(a^3 - 2a + 2)$

22- Trouver le nombre dont les $\frac{2}{3}$ plus les $\frac{3}{4}$ font 1 241.

23- Factoriser :

- * $A = 3x + 9y + 6$;
- * $B = \frac{2}{3}x^2 - 4x + 6$;
- * $C = (x - 3)(2x - 5) + (x - 7)(2x - 5)$;
- * $D = -3x - 6x^2 + 12 - 30x^4$;
- * $E = 21x^4 - 14x^2 + 35x^6$;
- * $F = (5 - 2x)(4x + 3) + 2(3 + 4x)$;
- * $G = (x + 4)^2 + (x + 4)(2x - 1)$;
- * $H = 5x^3y^2 + 10x^2y^2$;
- * $I = (x - 2)(y - 4)^2 - (x - 2)(y - 4)$;

24- Résoudre les équations suivantes :

- a) $2(x - 7) - 9 = 12$
- b) $\frac{x}{5} - 9 = 2$
- c) $2(2x - 5) - 3x = 4x + 3(2x - 5)$
- d) $17(x - 2) - 13(x - 8) = -5(11 - x)$
- e) $\frac{5x}{7} - \frac{3x-13}{42} = \frac{9-2x}{14} - 2x$
- f) $\frac{3x}{5} - 13 = \frac{7x}{10} - \frac{2}{5}$
- g) $\frac{2x-1}{3} - \frac{4(3-x)}{5} - \frac{x+4}{6} = \frac{5(x+2)}{2}$
- h) $2(x - 1) + 3(x + 4) = 2x - 3(\frac{10}{3}x)$

25- Résoudre les équations suivantes, après avoir factorisé :

- a) $(2x - 3)(x - 9) - (3 - 2x)(2x + 1) = 0$
- b) $(2x - 1)(4x + 3) - (4x^2 - 4x + 1) = 0$
- c) $(x + 3)(5x + 2) = (x + 3)(x + 2) - x^2 + 9$
- d) $(x - 3)^2 - (2x+1)^2 = 0$

26- Quel est le nombre entier dont le triple diminué de 5 est plus petit que le double augmenté de 4 et en outre dont le double augmenté de 1 est plus grand que 22 diminué du nombre cherché ?

27- Quels sont les nombres : * égaux à leurs carrés ? * égaux à leurs inverses ?
 * opposés à leurs opposés ? * inférieurs à leurs opposés ?

28- Un terrain rectangulaire a un périmètre de 5 km. La longueur mesure 100 m de plus que la largeur. Déterminer les dimensions du terrain.

29- Une personne à qui l'on a demandé l'âge a répondu : « Si je vis jusqu'à 100 ans, il me reste à vivre les $\frac{3}{2}$ de l'âge que j'ai ». Quel est l'âge de cette personne ?

30- Page 120, n° 72 : **Comprendre une situation**

Un pâtissier a vendu l'an dernier 10 000 gâteaux à 10 € et 100 gâteaux de mariage à 1 000 €. Cette année, il vend 10 000 gâteaux à 8 € et 100 gâteaux de mariage à 1 300 €. Il dit : « Mes clients sont contents : le prix médian de mes gâteaux a baissé. Mon comptable est content : le prix moyen de mes gâteaux a augmenté. » Que peut-on penser de ces affirmations ?

31- Page 128, n° 27 :

Un maraîcher vend de la mâche dans des barquettes où il est marqué : « Poids net : 150 g ».



On a pesé 300 barquettes de ce stock. Voici les résultats.

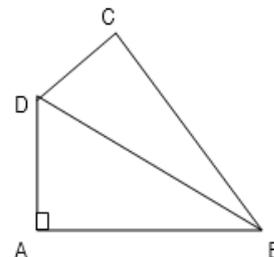
Masse (en g)	135 à moins de 140	140 à moins de 145	145 à moins de 150	150 à moins de 155	155 à moins de 160	160 à moins de 165
Effectif	15	21	93	126	27	18

1. a. Donner la fréquence de chaque classe.
- b. Calculer la fréquence des barquettes dont la masse est inférieure à 145 g.
2. On prend au hasard une barquette dans le stock et on note sa masse. On assimile les probabilités aux fréquences calculées à la question 1. Quelle est la probabilité que la masse de la barquette soit :
 - a. de 150 g à moins de 155 g ?
 - b. inférieure à 145 g ?
 - c. supérieure ou égale à 155 g ?

- 32- 25 élèves ont participé à une composition de mathématiques, notée sur 10. Leurs notes ont été relevées dans le tableau ci-contre.

Notes	2	3	5	6	7	9
Effectifs	2	4	8	5		2

- Compléter le tableau.
 - Quelle est la population étudiée ? Quel est le caractère étudié ?
 - Calculer la fréquence de la note 6.
 - Quel est le pourcentage des élèves ayant une note supérieure ou égale à 5 ?
 - Tracer un diagramme circulaire représentant la situation.
- 33- Tracer un parallélogramme ABCD. Placer un point M en dehors des quatre droites (AB), (BC), (CD) et (DA), puis placer les points I, J, K, et L, milieux respectifs des segments [MA], [MB], [MC] et [MD].
Démontrer que IJKL est un parallélogramme.
- 34- On note I et J les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC] d'un triangle ABC. M est un point quelconque du plan. E est le symétrique de M par rapport à I et F est le symétrique de M par rapport à J.
Montrer que (EF) // (BC) et que EF = BC.
En déduire que EFCB est un parallélogramme.
- 35- ABCD est un parallélogramme ; M est le milieu de [BC] et E est le symétrique de A par rapport à M.
Quel est le symétrique de [AB] par rapport à M ?
En déduire que C est le milieu de [DE].
- 36- ABC est un triangle rectangle en A, et H est le pied de la hauteur issue de A.
On pose A', B', C' les symétriques respectifs de A, B, C, par rapport à H.
a) Montrer que B, C, B', C' et H sont alignés.
b) Quelle est la nature de ABA'B' ? de ACA'C' ?
- 37- Construire un parallélogramme ABCD tel que (AB) et (AC) soient perpendiculaires.
Soit I et J les milieux respectifs de [AD] et [BC].
Montrer que IAJC est un losange.
- 38- ABCD est un parallélogramme et M est un point du plan qui n'est ni sur (AC), ni sur (BD).
G et G' sont les centres de gravité respectifs des triangles MBD et MAC.
Montrer que les points G et G' sont confondus.
- 39- ABCD est un rectangle tel que AB = 12 et AD = 7, et M est un point de [AB].
On pose AM = x.
Calculer x pour que l'aire du triangle AMD soit le tiers de celle du rectangle ABCD.
- 40- Calculer les dimensions d'un rectangle dont la longueur est triple de la largeur et dont l'aire est 2 700 m².
- 41- ABC est un triangle ; N le milieu de [AC] et I le milieu de la médiane [BN].
Construire le point J, symétrique de I par rapport à N, puis démontrer que (AI) // (JC).
- 42- Sur la figure ci-contre, ABCD représente un terrain, avec :
 $\hat{A} = 90^\circ$; AB = 20 m
 BD = 25 m ; BC = 24 m ; CD = 7 m .
 a) Calculer AD.
 b) Démontrer que le triangle BCD est rectangle en C.



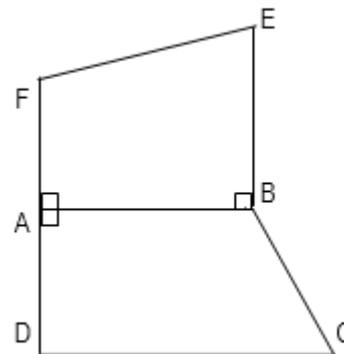
- 43- On considère un triangle RST et soit A le pied de la hauteur issue de S et B le milieu de [RS].
On note C le projeté orthogonal de B sur (RT). Démontrer que C est le milieu du segment [AR].

56- On considère un triangle ABC tel que $BC = 6\text{ cm}$, et on note D, E et F les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC] et [BC]. La droite (d) parallèle à (BC) et passant par A coupe (EF) en K et (DF) en H. Calculer DE et HK.

57- ABCD est un trapèze tel que :

$$\widehat{BAD} = 90^\circ, \widehat{ADC} = 90^\circ, AB = 4\text{ cm}, DC = 6\text{ cm}, AD = x\text{ cm}.$$

- Exprimer, en fonction de x , l'aire S du trapèze ABCD.
- Soit ABEF un autre trapèze tel que : $\widehat{BAF} = 90^\circ, \widehat{ABE} = 90^\circ, BE = 3\text{ cm}$ et $AF = x\text{ cm}$. Exprimer en fonction de x , l'aire S' du trapèze ABEF.
- Pour quelle valeur de x , a-t-on $S = S'$?
- Pour quelles valeurs de x , S' est-elle strictement supérieure à S ?



58- Soit un cercle Γ (O ; r) et deux points A et B tels que [AB] soit un diamètre de Γ . C et D sont deux points distincts de Γ situés dans un même demi-plan de frontière (AB) et tels que $AC = BD = r$. (AC) et (BD) se coupent en I.

- Montrer que les triangles OAC, OBD et OCD sont équilatéraux. En déduire que $(CD) \parallel (AB)$ et que les triangles IAB et ICD sont équilatéraux.
- Montrer que C et D sont les milieux respectifs de [IA] et [IB].
- Soit E le point diamétralement opposé à C et F le point d'intersection de (AE) et (IB). Montrer que B est le milieu de [IF], puis en déduire que $BE = r$.

59- ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = 5\text{ cm}$ et $BC = 9\text{ cm}$. M est un point de [BC] et N est le point tel que ABMN est un rectangle.

- En appelant x la longueur BM, donner l'aire de ABMN.
- Comment choisir x pour que l'aire de ABMN soit les $\frac{2}{3}$ de l'aire de ABC ?

60- Page 168, n° 43 :

Le Tropique du Capricorne est un parallèle situé à 23° Sud de l'équateur. Son rayon est de $5\,820\text{ km}$.

1. Calculer une valeur approchée à l'unité près de la longueur, en km, du Tropique du Capricorne.

2. Voici les longitudes de trois villes, notées A, S et T situées sur ce Tropique : Antofagasta (Chili) : 70° O ; Sao Paulo (Brésil) : 47° O ; Toliara (Madagascar) : 44° E. Le Tropique du Capricorne coupe le méridien de Greenwich au point R.

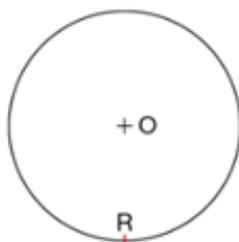
a. Reproduire la figure ci-contre qui schématise le Tropique du Capricorne ; puis placer les points A, S et T.

b. Déterminer les mesures des angles :

• \widehat{TOS} ; • \widehat{TOA} ; • \widehat{SOA} .

c. Déduire de la question 1. une valeur approchée à l'unité près de la distance, en km :

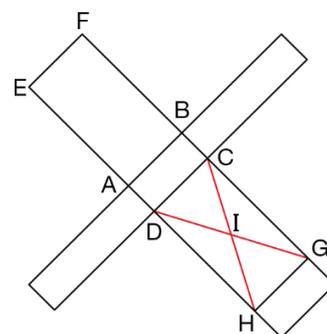
• entre S et T ; • entre T et A ; • entre S et A.



61- Page 169, n° 51 : Passer d'un patron à un repère

Le patron ci-contre est celui d'un parallépipède rectangle. Lire les coordonnées du point I :

- dans le repère (A ; D, B, E) ;
- dans le repère (F ; B, E, G).



62- Page 168, n° 53 : Comprendre des informations

Un mille marin représente la distance parcourue lors d'un déplacement d'une minute d'angle (c'est-à-dire $\frac{1}{60}$ de degré) sur un méridien.

On considère que le rayon de la Terre est $6\,400\text{ km}$. Donner une valeur approchée à l'unité près d'un mille marin en mètres.

63- a) Tracer un segment [RS] de 8 cm de longueur. Placer son milieu O, puis tracer le cercle de centre O et de rayon 4 cm . Placer un point T sur le cercle tel que $RT = 6\text{ cm}$.

Quelle est la nature du triangle RST ? Calculer la valeur exacte de ST.

b) Tracer la perpendiculaire à la droite (RT) passant par O ; soit I son point d'intersection avec la droite (RT).

Justifier les affirmations suivantes : $(IO) \parallel (TS)$ et I est le milieu de [TR].

Calculer le périmètre du triangle RIO et la longueur de son cercle circonscrit.

64- Donner l'écriture scientifique de chacun des nombres suivants :

$A = 0,0035$; $B = 147,71$; $C = 33,5 \times 10^{-4}$;
 $D = 663,14 \times 10^2$; $E = \frac{131 \times 10^3}{8}$; $F = (0,2)^3 \times (1,2)^2 \times 10^{-3}$.

65- Calculer :

$A = \frac{8}{15} + \frac{35}{21}$; $B = 0,5 + \frac{4}{5}$; $C = -3 + \frac{1}{2}$; $D = \frac{2}{3} + \frac{-6}{15}$; $E = \frac{1}{4} + 3$; $F = 0,2 - \frac{8}{100}$
 $G = \frac{1}{5} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{2} + \frac{1}{3} + \frac{7}{4}$; $H = (-3) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$; $I = \frac{4x}{17} - \frac{x}{68} + \frac{3x}{34}$; $J = \frac{x}{2} + \frac{6}{x}$

- 66- a) Calculer : $A = 5,632 \times 10^3$; $B = 45,6 \times 10^{-2}$; $C = 0,0073 \times 10^7$; $D = 181\,000 \times 10^{-4}$.
 b) Compléter par la puissance de 10 qui convient :
 $0,512 = 512 \times \dots$; $37 = 0,37 \times \dots$; $18,1 = 181\,000 \times \dots$;
 $56\,000 = 0,56 \times \dots$; $480\,000 \times 10^{-13} = 48 \times \dots$; $0,37 \times 10^{12} = 3\,700 \times \dots$.
 c) Compléter par le nombre décimal qui convient : $2\,500 \times 10^{-17} = \dots \times 10^{-14}$; $0,09 \times 10^{18} = \dots \times 10^{14}$.
 d) Donner l'écriture scientifique de : $E = 27\,000$; $F = 0,0045$; $G = 345 \times 10^{-14}$; $H = 0,00012 \times 10^{12}$.

67- Développer et réduire :

- a) $(2x + 3)(3x - 2) - (x + 1)(x - 1) + 3(x - 2)(2 - x)$
 b) $2x(x + 2)(x - 1) - (x - 3)(x + 3)(2x - 1)$
 c) $-2(x - 4)(2 - 3x) + 5(2 - x)(3x - 1) + 5(x^2 + 3)$
 d) $2x^2 - 5 + 2(x - 2)(3x + 1) - 3(2x - 1)(5x - 3)$

68- Factoriser :

* $A = (x + 1)(x^2 + 1) - (2x + 2)x$; * $B = 25y^2 - 40y + 16$; * $C = ax + bx - ay - by$;
 * $D = a^2 + b^2 - 9 + 2ab$; * $E = 25(x - 1)^2 - 9(x + 3)^2$; * $F = x^2 - 6x + 9 + 4(x^2 - 9) - 2x + 6$;
 * $G = (4x^2 - 1)(2x + 3) - (4x^2 - 9)(2x - 1)$.

69- Un grand-père a dans sa poche un montant qu'il distribue à ses trois petits-enfants, Nadim, Yara et Nabil, proportionnellement à leur âge : Il donne ainsi 10 € à Nadim, 8 € à Yara et le reste à Nabil. Sachant que Nadim a 5 ans, et que la somme des âges des trois petits enfants est 23 ans, quelle est la somme que recevra Nabil ?

70- Page 140 n° 44 :

La place des Vosges, à Paris, est une place rectangulaire de 140 m de longueur. Sur un plan, cette place a pour dimensions 3,2 cm et 3,5 cm.



- a. Quelle est l'échelle de ce plan ?
 b. Calculer la largeur (en m), puis l'aire (en m²) de cette place dans la réalité.

71- Page 140 n° 45 :

Une maquette de longueur 6 cm représente une voiture de 4,50 m de long.

- a. Quelle est l'échelle de cette réduction ?
 b. Une caravane accrochée derrière la maquette mesure 52 mm de long. Quelle serait sa longueur réelle ?

72- Un jeu de 48 cartes comporte 4 couleurs : Rouge, Verte, Bleue, et jaune.

On répète 2 000 fois l'expérience de tirer une carte, noter sa couleur, et la remettre.

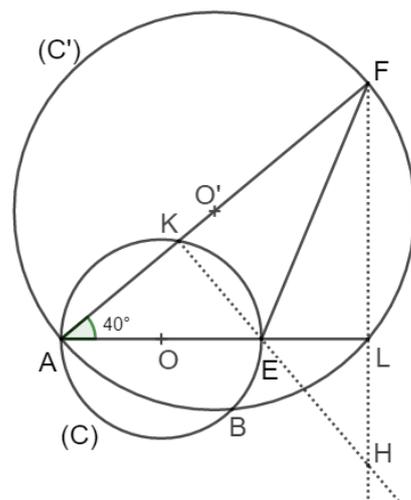
Une partie des fréquences observées est relevée dans le tableau suivant :

Couleur	Rouge	Verte	Bleue	Jaune	Total
Fréquences	0,554	0,099	0,158		

- a) Compléter le tableau.
 b) Combien de fois a-t-on tiré une carte verte ? rouge ?
 c) Proposer une composition des 48 cartes.
 d) Avec cette proposition, calculer les probabilités de chaque issue.

73- Tracer un triangle ABC tel que $AB = 5\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$ et $BC = 6\text{cm}$. Soit L le milieu de [AB].
La parallèle à (BC) passant par L coupe [AC] en M, et la parallèle à (LC) passant par M coupe [AB] en N.
Démontrer que $AN = 1,25\text{ cm}$.

74- AEF est un triangle tel que $AE = 6\text{ cm}$, $AF = 12\text{ cm}$ et $\widehat{FAE} = 40^\circ$. Soit (C) et (C') les cercles de diamètres [AE] et [AF] ; on note O et O' leurs centres respectifs. Ces deux cercles se recoupent en B ; (AF) recoupe (C) en K et (AE) recoupe (C') en L. On note H le point d'intersection des droites (EK) et (FL).



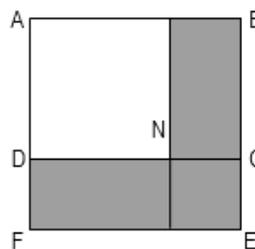
- Déterminer la nature des triangles AKE, ALF, ABE et ABF.
- Que représente le point H pour le triangle FAH ? Justifier.
En déduire que $(FE) \perp (AH)$.
- Démontrer que les points F, E et B sont alignés.
- En déduire que $(AB) \perp (EF)$ et que les points A, B et H sont eux aussi alignés.

75- ABEF et AMND sont des carrés.

On pose $AB = a$ et $AD = b$.

Exprimer en fonction de a et b :

- * La longueur MB et le périmètre de ABCD.
- * L'aire de ABEF; celle de AMND.
- * L'aire et le périmètre de la surface coloriée.



76- a) A et B sont deux points tels que $AB = 6\text{cm}$.
Construire deux cercles C (R ; 5cm) et C' (S ; 4cm) sécants en A et B.

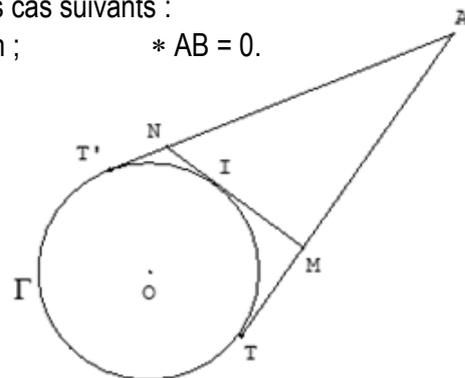
b) Construire deux cercles C (A ; 3cm) et C' (B ; 4cm) dans chacun des cas suivants :

- * $AB = 9\text{cm}$;
- * $AB = 7\text{cm}$;
- * $AB = 1\text{cm}$;
- * $AB = 0$.

77- Sur la figure ci-contre :

- * Γ est un cercle de centre O.
- * (AT) est tangente à Γ en T.
- * (AT') est tangente à Γ en T'.
- * $AT = 8\text{ cm}$.
- * (MN) tangente en I à Γ .

Calculer le périmètre du triangle AMN.



78- ABCD est un parallélogramme. E est le symétrique de D par rapport à A.

J est le milieu de [DC]. La droite (EJ) coupe (AB) en I et (BC) en F. On donne $AB = 4\text{ cm}$.

- Calculer IB ; en déduire la valeur du quotient $\frac{FJ}{FI}$.
- Reprendre le calcul précédent en posant $AB = a$.

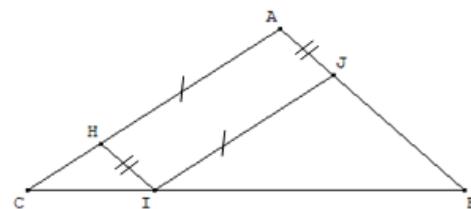
79- EFGH est un quadrilatère ; A est le milieu de [EF].

La parallèle à [FG] passant par A coupe (EG) en B et la parallèle à (GH) passant par B coupe (EH) en C.

- Démontrer que les droites (AC) et (FH) sont parallèles.
- Comparer les périmètres des triangles ABC et FGH.

80- Quelle égalité est vraie dans la figure codée ci-contre ? Justifier le choix :

- (1) $\frac{AJ}{JB} = \frac{CI}{IB} = \frac{IJ}{AC}$
- (2) $\frac{BJ}{BA} = \frac{BI}{BC} = \frac{IJ}{AC}$
- (3) $\frac{CI}{CB} = \frac{CH}{HA} = \frac{HI}{AB}$



=====